Übungen: Gebrochen Rationale Funktionen

Ki

Bestimmen Sie den Definitionsbereich, Polstellen, Lücken, Nullstellen und die Asymptote von folgenden Gebrochen Rationalen Funktionen!

1. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$	2. $f(x) = \frac{(2x+4)\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot(x+4)}$	3. $f(x) = \frac{(x-5)^2\cdot(2x-1)}{(x-5)\cdot(2x+10)}$
4. $f(x) = \frac{x^4-x^3}{x^4}$	5. $f(x) = \frac{(x-4)^2\cdot(x+1)}{(x-4)\cdot(x+1)^2}$	6. $f(x) = \frac{x\cdot(x+1)\cdot(x-2)}{(x-1)\cdot(x+2)}$
7. $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x+2}$	8. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$	9. $f(x) = \frac{x+5}{2x^2+6x-20}$

10. $f(x) = \frac{3x^3+3x^2-3x-3}{2x^3-2x^2-2x+2}$	11. $f(x) = \frac{x^4+4}{x^2+2}$
12. $f(x) = \frac{2x^3+5x^2-14x-8}{x^4-13x^2+36}$	13. $f(x) = \frac{x^4-x^3-6x^2+4x+8}{x^5-8x^3+16x}$

Lösungen

1. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$; $x_0=-1$; keine Lücke ; Polstelle bei $x_P=1$; $a(x)=1$
2. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$; $x_0=-2$; Lücke bei $x_L=1$, $y_L=\frac{6}{5}$; Polstelle bei $x_P=-4$; $a(x)=2$
3. $D=\mathbb{R}\setminus\{-5;5\}$; $x_0=0{,}5$; Lücke bei $x_L=5$, $y_L=0$; Polstelle bei $x_P=-5$; $a(x)=x-21$
4. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; $x_0=1$; keine Lücke ; Polstelle bei $x_P=0$; $a(x)=1$
5. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$; keine Nullstelle ; Lücke $x_L=4$, $y_L=0$; Polstelle $x_P=-1$; $a(x)=1$
6. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$; $x_{01}=-1$; $x_{02}=0$; $x_{03}=2$; Polstellen $x_{P1}=-2$; $x_{P2}=1$; $a(x)=x-2$
7. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;-2\}$; $x_0=0$; Lücke $x_L=-1$, $y_L=-1$; Polstelle $x_P=-2$; $a(x)=1$
8. $D=\mathbb{R}$; $x_{01}=1$; $x_{02}=-1$; keine Lücken oder Polstellen ; $a(x)=1$
9. $D=\mathbb{R}\setminus\{2;-5\}$; keine Nullstellen; Lücke $x_L=-5$, $y_L=-\frac{1}{14}$; Polstelle $x_P=2$; $a(x)=0$
10. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-1\}$; keine Nullstellen; Lücke $x_L=-1$, $y_L=0$; Polstelle $x_P=1$; $a(x)=1{,}5$
11. $D=\mathbb{R}$; keine Nullstellen ; keine Lücken oder Polstellen ; $a(x)=x^2-2$
12. $D=\mathbb{R}\setminus\{2;-2;3;-3\}$; $x_{01}=-0{,}5$; $x_{02}=-4$; Lücke bei $x_L=2$, $y_L=-1{,}5$; Polstellen bei $x_{P1}=-2$; $x_{P2}=3$; $x_{P3}=-3$; $a(x)=0$
13. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$; $x_0=-1$; Lücke $x_{L1}=2$, $y_L=\frac{3}{8}$; Polstellen $x_{P1}=-2$; $x_{P2}=0$; $a(x)=0$